Автономная некоммерческая организация высшего образования
«МОСКОВСКИЙ МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра экономики и управления

Форма обучения: очно-заочная

ВЫПОЛНЕНИЕ

ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Математика

____

Группа 22Э172в

Студент

МОСКВА 2023

Задача 1

Методом изоклин построить интегральные кривые уравнения

1.1. $\frac{dy}{dx}=2x(1-y)$.

Решение:

$$y'=f(x,y)=2x(1-y) \;\Rightarrow\; k=2x(1-y) \;\Rightarrow\; y=1-\frac{k}{2x}$$

Это уравнения изоклин.

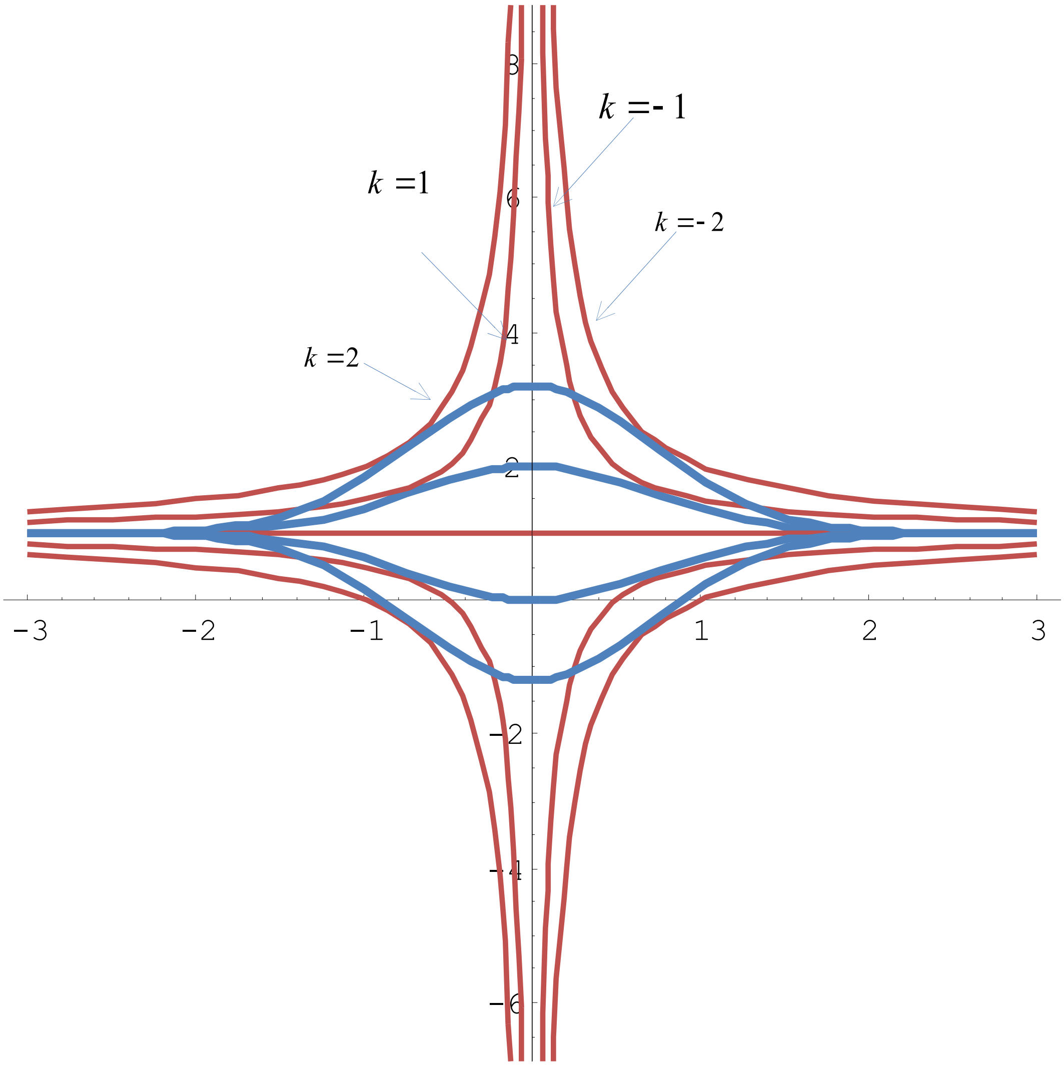
При $k=0$ получаем уравнение прямой $y=1$, при $k\neq 0$ получаем семейство гипербол с центром в точке (0;1). При $x\to\pm\infty:\; y\to 1$, при $x\to 0:\; y\to\pm\infty$.

Если k=1 ⇒ $y=1-\frac{1}{2x}$, и tgα=1 ⇒α=45^0,

При k=-1 ⇒ $y=1+\frac{1}{2x}$, и tgα=-1 ⇒α=135^0,

Если k=2 ⇒ $y=1-\frac{1}{x}$, и tgα=2 ⇒α=63^0,

При k=-2 ⇒ $y=1+\frac{1}{x}$, и tgα=-2 ⇒α=117^0, Построим график (изоклины (гиперболы для $k = \pm 1$ и $k = \pm 2$ и прямая для $k = 0$) – красным цветом, интегральные кривые – синим):



Задача 2

Решить уравнение, допускающее понижение порядка

2.1. $x^2 y''=y^{¿}$.

Решение:

Это дифференциальное уравнение 2-го порядка. Оно позволяет снизить его порядок путем подстановки $y'(x)=z(x)$, потому что не содержит функцию *y*.

Вторая производная: $y''=z'$. Тогда после подстановки $x^2 z'=z^2$, где $z'=\dfrac{dz}{dx}$.
Это уравнение с разделяющимися переменными.
Разделяем переменные:

$$x^2 z'=z^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 \frac{dz}{dx}=z^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dz}{z^2}=\frac{dx}{x^2}.$$

$$\int \frac{dz}{z^2}=\int \frac{dx}{x^2} \quad \Rightarrow \quad -\int \frac{dz}{z^2}=-\int \frac{dx}{x^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{z}=\frac{1}{x}+C_1 \quad \Rightarrow \quad z=\frac{x}{C_1 x+1}.$$

Возвращаемся к переменной *y*: $z=y'$ $\Rightarrow$ получаем:

$$y'=\frac{x}{C_1 x+1}, \qquad \frac{dy}{dx}=\frac{x}{C_1 x+1}, \qquad dy=\frac{x}{C_1 x+1}dx.$$

$$\int dy=\int \frac{x}{C_1 x+1}dx$$

$$y=\int \frac{x}{C_1 x+1}dx=\frac{1}{C_1}\int \frac{C_1 x+1-1}{C_1 x+1}dx=\frac{1}{C_1}\int \left(1-\frac{1}{C_1 x+1}\right)dx=$$

$$=\frac{1}{C_1}\int dx-\frac{1}{C_1}\int \frac{dx}{C_1 x+1}=\frac{1}{C_1}\int dx-\frac{1}{C_1^2}\int \frac{d(C_1 x+1)}{C_1 x+1}=\frac{x}{C_1}-\frac{\ln|C_1 x+1|}{C_1^2}+C_2.$$

$$y=\frac{x}{C_1}-\frac{\ln|C_1 x+1|}{C_1^2}+C_2.$$

Ответ: $y=\dfrac{x}{C_1}-\dfrac{\ln|C_1 x+1|}{C_1^2}+C_2$.

Задача 3.

Решить систему уравнений

3.1. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=\dfrac{t}{y} \quad (1)¿¿¿¿ \end{cases}$

Решение:

Сначала из уравнения (1) выражаем переменную $t=y\dfrac{dx}{dt}$.

$$\frac{dy}{dt}=-\frac{y\dfrac{dx}{dt}}{x}=-\frac{y}{x}\cdot\frac{dx}{dt} \Rightarrow dy=-\frac{ydx}{x}$$

Разделяем переменные: $\dfrac{dy}{y}=-\dfrac{dx}{x}$

$$\int\frac{dy}{y}=-\int\frac{dx}{x},$$

$$\ln|y|=-\ln|x|+\ln C_1 \Rightarrow \ln|y|=\ln\frac{C_1}{|x|} \Rightarrow y=\frac{C_1}{x}.$$

Подставляем полученное выражение в уравнение (1): $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{t}{\dfrac{C_1}{x}}=\dfrac{tx}{C_1}$.

$$\frac{dx}{dt}=\frac{tx}{C_1} \Rightarrow \frac{dx}{x}=\frac{tdt}{C_1} \Rightarrow \int\frac{dx}{x}=\frac{1}{C_1}\int tdt,$$

$$\ln|x|=\frac{1}{C_1}\cdot\frac{t^2}{2}+\ln C_2, \qquad x=C_2e^{\frac{t^2}{2C_1}}.$$

$$y=\frac{C_1}{x}=\frac{C_1}{C_2e^{\frac{t^2}{2C_1}}}=\frac{C_1}{C_2}e^{-\frac{t^2}{2C_1}}.$$

Ответ: $\begin{cases} x=C_2e^{\frac{t^2}{2C_1}}¿¿¿¿¿ \end{cases}$.

Задача 4.

Вероятность появления события в каждом испытании равна 0,7. Сколько нужно провести испытаний, чтобы наивероятнейшее число появлений события равнялось 10?

Решение:

$$np - q \le k_0 < np + p.$$

У нас $p = 0,7$ $\Rightarrow$ $q = 1 - p = 1 - 0,7 = 0,3$. Нужно найти число испытаний *n*, при котором наивероятнейшее число появлений события $k_0 = 10$.

Подставляем наши данные:

$$n \cdot 0,7 - 0,3 \le 10 < n \cdot 0,7 + 0,7 \Rightarrow \left| 0,7n + 0,7 > 10 \right.$$ ¿¿¿¿ $\Rightarrow$

$\left| 0,7n > 9,3 \right.$ ¿¿¿¿ $\Rightarrow$ $\left| n > 13,29 \right.$ ¿¿¿¿ $\Rightarrow$

$13,29 < n \le 14,71$ $\Rightarrow$ целое число, удовлетворяющее этому неравенству, равно $n = 14$.

Ответ: $n = 14$.